

Заняття 15.03.2010, Технічний ліцей, 9-й клас. Інваріанти.

1. Круг поділено на 6 секторів, в яких у порядку руху за годинниковою стрілкою записано числа 1, 0, 1, 0, 0 та 0. За один хід можна додати по одиниці до чисел у двох сусідніх секторах. Чи можна за допомогою таких операцій добитися того, щоб числа, записані в кожному з секторів, були рівними?
2. На дошці в ліцеї записані два числа. Щодня ліцеїст Андрійко витирає з дошки обидва числа та замість них записує їхнє середнє арифметичне та середнє гармонічне. Вранці першого дня на дошці було записано числа 1 та 2. Знайдіть добуток чисел, що опинилися на дошці ввечері 2010-го дня.
3. На дошці вписані числа $1, 1/2, 1/3, \dots, 1/100$. Можна вибрати із записаних чисел два довільних числа a і b й замість них записати число $a + b + ab$ та повторювати цю операцію, поки на дошці не залишиться єдине число. Доведіть, що це число не залежить від того, які числа ми вибирали на кожному кроці, та знайдіть його.
4. На аркуші записали число 3^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали її нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
5. Спершу на столі лежить одна купка із 1001 камінця. За один хід можна вийняти камінець із довільної купки, що містить бодай два камінці, а потім одну з купок поділити на дві непорожніх нових купки. Чи можна за кілька ходів залишити на столі купки, в кожній з яких рівно по три камінці?
6. На дошці вписано поспіль числа 1, 2, 3 та 4. За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після дев'яти таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?

Додому:

1. Ми маємо шахову дошку, її клітинки розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна вибрати довільний квадрат 2×2 на цій дошці й перефарбувати в протилежний колір усі чотири його клітинки. Чи зможемо ми так отримати дошку рівно з однією чорною клітинкою?
2. На аркуші записали число 8^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
3. На дошці вписано поспіль числа 1, 2, 3, ..., n . За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після а) 2010, б) 2011 таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?

Математичний гурток. Домашнє завдання на заняття після 15.03.2010 (інваріанти).

1. Ми маємо шахову дошку, її клітинки розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна вибрати довільний квадрат 2×2 на цій дошці й перефарбувати в протилежний колір усі чотири його клітинки. Чи зможемо ми так отримати дошку рівно з однією чорною клітинкою?
2. На аркуші записали число 8^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
3. На дошці вписано послідовність чисел $1, 2, 3, \dots, n$. За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після а) 2010, б) 2011 таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?

Математичний гурток. Домашнє завдання на заняття після 15.03.2010 (інваріанти).

1. Ми маємо шахову дошку, її клітинки розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна вибрати довільний квадрат 2×2 на цій дошці й перефарбувати в протилежний колір усі чотири його клітинки. Чи зможемо ми так отримати дошку рівно з однією чорною клітинкою?
2. На аркуші записали число 8^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
3. На дошці вписано послідовність чисел $1, 2, 3, \dots, n$. За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після а) 2010, б) 2011 таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?

Математичний гурток. Домашнє завдання на заняття після 15.03.2010 (інваріанти).

1. Ми маємо шахову дошку, її клітинки розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна вибрати довільний квадрат 2×2 на цій дошці й перефарбувати в протилежний колір усі чотири його клітинки. Чи зможемо ми так отримати дошку рівно з однією чорною клітинкою?
2. На аркуші записали число 8^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
3. На дошці вписано послідовність чисел $1, 2, 3, \dots, n$. За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після а) 2010, б) 2011 таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?

Математичний гурток. Домашнє завдання на заняття після 15.03.2010 (інваріанти).

1. Ми маємо шахову дошку, її клітинки розфарбовано в чорний та білий кольори. Можна вибрати довільний квадрат 2×2 на цій дошці й перефарбувати в протилежний колір усі чотири його клітинки. Чи зможемо ми так отримати дошку рівно з однією чорною клітинкою?
2. На аркуші записали число 8^{2010} , порахували суму цифр цього числа й записали нижче, далі порахували суму цифр отриманого числа й знову записали результат і т. д. Врешті-решт отримали одноцифрове число. Яким воно було?
3. На дошці вписано послідовність чисел $1, 2, 3, \dots, n$. За один хід можна поміняти місцями довільні два числа. Чи може після а) 2010, б) 2011 таких операцій порядок чисел збігатися з початковим?