

# Принцип Діріхле

Очевидно — найнебезпечніше слово в математиці.

*Ерік Темпл Белл*

1. В ящику лежить 105 яблук чотирьох сортів. Довести, що серед них знайдуться принаймні 27 яблук одного сорту.
2. 10 школярів на олімпіаді розв'язали 35 задач, причому відомо, що є школярі, які розв'язали рівно 1 задачу, рівно 2 задачі і рівно 3 задачі. Довести, що є школяр, який розв'язав не менше 5 задач.
3. 15 хлопчиків зібрали 100 горіхів. Довести, що якісь два із них зібрали однакову кількість горіхів.
4. Цифри 1, 2, ..., 9 розбили на три групи. Довести, що добуток чисел в одній із груп не менше 72.
5. 30 команд беруть участь у розіграші першості з футболу. Довести, що в будь-який момент змагання знайдуться дві команди, які зіграли однакову кількість матчів.
6. В ряд виписано 100 натуральних чисел. Довести, що знайдуться декілька чисел, записаних підряд, сума яких ділиться на 100.
7. З чисел 1, 2, ..., 50 вибрали 26 чисел. Чи обов'язково серед них знайдуться два числа, різниця між якими дорівнює 1?
8. Яку найбільшу кількість королів можна поставити на шахову дошку, щоб жодні два не били один одного?
9. Всередині квадрата  $4 \times 4$  відмічено 15 точок. Довести, що з нього можна вирізати квадратик  $1 \times 1$ , який би не містив всередині себе жодну із даних точок.
10. У Петрика 28 однокласників. Відомо, що у його однокласників різна кількість друзів у цьому класі. Скільки друзів у Петрика?

Розв'язки трьох задач на вибір оформити на листочку.