

# КОМБА

## Теорія

### Означення

Множину  $M$ , яка складається з  $n$  елементів ( $n$ -натуралне), називають **упорядкованою**, якщо між нею і множиною, яка складається з  $n$  натуральних чисел, встановлено взаємно однозначну відповідність (тобто нам важливо який елемент стоїть на першому місці, який на другому і так далі; або що те ж саме нам важливий порядок елементів).

### Означення

**Перестановкою** скінченної множини  $M$  називають будь-яку упорядковану множину, утворену з усіх елементів множини  $M$ .

Наприклад існує 6 перестановок множини  $M = \{a, b, c\}$  (тобто множини, що складається з елементів  $a, b, c$ ). Випишемо ці перестановки:

$(a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a)$ .

а) Кількість перестановок  $n$ -елементної множини рівна  $n!$ .

б) Кількість упорядкованих  $k$ -елементних підмножин даної  $n$ -елементної множини (тобто це скількома способами можна вибрати  $k$  елементів з  $n$  враховуючи порядок елементів) рівна  $n(n-1)\dots(n-k+1)$ .

в) Кількість  $k$ -елементних підмножин множини з  $n$  елементної множини (це скількома способами можна вибрати  $k$  елементів з  $n$  не враховуючи порядок елементів тобто два набори з  $k$  елементів, що відрізняються перестановкою елементів

вважаються однаковими), рівна  $C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  і читається «це із

$n$  по  $k$ ».

г)  $C_n^k = C_n^{n-k}$

д)  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$

е)  $C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k$

### Задачі

(В усіх задачах відповідь має бути записана у вигляді суми або добутку кількох цешок(тобто використовувати при записі відповідей можна лише  $C_n^k$ ). Також

візьміть листочок, на ньому напишіть номери задач і навпроти кожного з номерів напишіть відповідь, що у вас вийшла)

1. Зустрівшись, 7 знайомих потиснули один одному руки. Скільки рукопотискань було зроблено?
2. У класі 25 учнів. Для вивчення іноземної мови їх потрібно розбити на дві групи по 13 і 12 осіб. Скількома способами це можна зробити?
3. У шаховій секції займаються 5 дівчат і 12 хлопчиків. Скількома способами можна сформувати команду з 2 дівчат і 5 хлопчиків для участі в змаганнях.
4. На площині задано  $n$  паралельних прямих. Їх перетинають  $m$  паралельних прямих. Яка кількість чотирикутників при цьому утворилась?
5. На прямій позначено 12 точок, а на паралельній їй прямій – 7 точок. Скільки існує чотирикутників з вершинами в цих точках?
6. Для шкільної лотереї підготовлено 100 білетів, з яких 12 є виграшними. Перший учень навмання вибирає 10 білетів. Скільки існує варіантів вибору, при яких він вибере рівно 3 виграшні білети?
7. На прямій позначено 12 точок, а на паралельній їй прямій – 7 точок. Скільки існує трикутників з вершинами у цих точках?
8. Скільки існує способів з 8 різних квітів скласти букет з непарно кількістю квітів?
9. З 20 осіб потрібно сформувати комісію із 7 осіб, причому Петро Іванович і Іван Петрович не повинні входити до комісії одночасно. Скількома способами це можна зробити?
10. У перші три вагони потяга сідають 12 пасажирів, по 4 в кожний вагон. Скількома способами це можна зробити?
11. На шкільному вечорі присутні 12 дівчат і 15 юнаків. Скількома способами з них можна вибрати чотири пари для танцю?
12. П'ять ящиків пронумеровані числами від 1 до 5. Скількома способами можна розкласти по цих ящиках 17 однакових куль так, щоб жодний ящик не виявився порожнім?
13. Скільки розв'язків має рівняння  $x+y+z+t=11$ 
  - а) у натуральних числах;
  - б) в цілих невід'ємних числах.