

Заняття 29.03.2011, Технічний ліцей, 10-й клас. Геометричні нерівності. Частина 1.

1. Доведіть, що для трикутника ABC справджується нерівність: $S_{ABC} \leq \frac{AB \cdot BC}{2}$.
2. Доведіть, що для чотирикутника $ABCD$ справджується нерівність: $S_{ABCD} \leq \frac{AB \cdot BC + AD \cdot DC}{2}$.
3. Доведіть, що кожна з двох діагоналей чотирикутника менша за половину його периметра.
4. Радіуси двох кіл дорівнюють r_1 та r_2 , а відстань між їхніми центрами складає d . За яких умов на ці три числа кола перетинаються?
5. У коло радіуса 1 вписано п'ятикутник. Доведіть, що сума довжин сторін та діагоналей п'ятикутника менша за 17.
6. Доведіть, що шість ребер будь-якого тетраедра можна розбити на три пари (a, b) , (c, d) , (e, f) так, щоб з відрізків із довжинами $a + b$, $c + d$, $e + f$ можна було скласти трикутник.
7. Доведіть, що з шести ребер тетраедра можна скласти два трикутники.