

Метод математичної індукції–2

1. Доведіть, що

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

2. Доведіть, що для всіх $n \in \mathbb{N}$

а) $6^{2n+1} + 1 : 7$, б) $10^n + 18n - 1 : 27$, в) $n^3 + 5n : 6$.

3. Доведіть, що квадрат можна розрізати на n квадратів для будь-якого $n \geq 6$.

4. В банк завезли необмежену кількість трьох- і п'ятигривневих купюр. Доведіть, що ними можна видати без здачі будь-яку суму, починаючи з восьми.

5. Доведіть, що

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$