

Рівняння Пелля–1.5

1. Розв'язати рівняння в цілих числах: $7x^2 - y^2 = -1$.
2. Довести, що якщо $m = 2 + 2\sqrt{28n^2 + 1}$ — ціле, то m — повний квадрат. (Нам було складно знайти найменший розв'язок р-ня $k^2 - 28n^2 = 1$. Але останнє рівняння можна трохи змінити, і тоді найменший розв'язок можна буде знайти простіше. І я поспішив, коли казав, що без нього можна буде зробити задачу)
3. Нехай $a, b \in \mathbb{Z}$ такі, що $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2013} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$. Довести, що $3a^2 - 2b^2 = 1$.
4. Знайти усі $x, y \in \mathbb{N}$, що $C_x^{y-1} = C_{x-1}^y$.
5. Зробіть 2 задачі на листочку із попереднього ДЗ.
6. Знайти усі натуральні k, m такі, що $k < m$ і

$$1 + 2 + \dots + k = (k + 1) + (k + 2) + \dots + m.$$