

Завдання на канікули

1. Одного дня в деякому чарівному місті трапилося так, що кожна дівчинка не більше двох разів розмовляла по телефону. Доведіть, що усіх дівчат можна розбити на три групи так, щоб в кожній з них дівчата між собою не розмовляли.
2. У королівстві Фарг живуть лише графи. У кожного з них рівно один друг і рівно один ворог. Доведіть, що їх можна розбити на дві нейтральні групи.
3. Кожен із 102 кроликів має не менше 68 знайомих. Доведіть, що знайдуться четверо кроликів, які мають однакову кількість знайомих.
4. В країні з кожного міста виходить 100 доріг, і від будь-якого міста можна дістатися в будь-яке інше. Одну дорогу закрили на ремонт. Доведіть, що й тепер з будь-якого міста можна дістатися в будь-яке інше.

В наступних задачах потрібно встановити, хто із двох гравців переможе.

5. На дошці записані числа 25 і 36. За хід дозволяється дописати ще одне натуральне число — різницю будь-яких двох чисел, що є на дошці, якщо це число не зустрічалося раніше. Програє той, хто не зможе зробити хід.
6. На колі розставлено 20 точок. За хід дозволяється будь-які дві з них з'єднати відрізком, що не перетинається з жодним іншим відрізком, проведеним раніше. Програє той, хто не зможе зробити хід.
7. Гра починається із числа 60. За хід дозволяється зменшити число на будь-який його дільник. Програє той, хто одержить нуль.
8. В коробці лежить 300 сірників. За хід дозволяється взяти з коробки не більше половини сірників, що знаходяться в коробці. Програє той, хто не зможе зробити хід.
9. Ферзь стоїть на полі $c1$. За хід його можна пересунути на будь-яку кількість клітинок вправо, вгору або по діагоналі «вправо-вгору». Виграє той, хто поставить ферзя на поле $h8$.