

**Заняття 19.03.2010, Технічний ліцей, 9-й клас. Інваріанти.**

1. У вершинах куба розставлено числа: 7 нулів і одна одиниця. За один хід можна додати по одиниці до чисел на кінцях довільного ребра куба. Чи можна добитися того, щоб усі числа стали однаковими? А чи можна зробити так, щоб усі числа ділилися на 3?
2. Є три автомати. Перший за карткою з числами  $a, b$  видає картку з числами  $a + 1, b + 1$ , другий за карткою з парними числами  $a, b$  видає картку  $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$ , третій автомат приймає дві картки  $a, b$  та  $b, c$  та повертає картку  $a, c$ . Всі автомати також повертають вихідні картки. Чи можна за допомогою таких автоматів маючи картку  $(5, 19)$  отримати картку а)  $(2011, 1)$ ; б)  $(2010, 1)$ ?
3. Дно прямокутної коробки закладено плитками  $1 \times 4$  та  $2 \times 2$ . Плитки висипали з коробки і одна плитка  $2 \times 2$  загубилася. Її замінили на плитку  $1 \times 4$ . Доведіть що тепер дно коробки закласти плитками не вдасться.