

Функційні рівняння – 2

Розв'язати функційні рівняння:

1. $f(x - y) + f(y - x) = f(x) - f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
2. $f(x^5 + y^3) = (f(x))^4 + (f(y))^4 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
3. $f(xf(y) + yf(z) + zf(x)) = x - y + z \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.
4. $f(xf(y) + x) = xy + f(x) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
5. $f(f(x + y) + x) + f(xy) = yf(x) + 1 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
6. f – строго зростаюча і $f(f(x) + y) = f(x + y) + f(0) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
7. $f(0) = \frac{1}{2}$ і $\exists a \in \mathbb{R}$ таке, що $f(x + y) = f(x)f(a - y) + f(a - x)f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
8. $f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x)y \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
9. f – строго монотонна і $f(x + f(y)) = f(x) + y \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
10. $f(x^2 + f(y)) = y + xf(x) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.
11. $(x - y)f(x + y) - (x + y)f(x - y) = 4xy(x^2 - y^2) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$.