

Многочлени

1. Знайти остачу від ділення многочлена $x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x - 6$ на $x^2 - x + 3$.
2. Знайти остачу від ділення многочлена $x^{100} - x^{99} + x^{98} - \dots - x + 1$ на $x + 1$.
3. Знайти остачу від ділення многочлена $x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 + x$ на $x^2 - 1$.
4. При яких a та b многочлен $(a + b)x^5 + abx^2 + 1$ ділиться на многочлен $x^2 - 3x + 2$?
5. a, b, c — різні дійсні числа. Розв'язати рівняння
$$c \frac{(x - a)(x - b)}{(c - a)(c - b)} + b \frac{(x - a)(x - c)}{(b - a)(b - c)} + a \frac{(x - b)(x - c)}{(a - b)(a - c)} = x.$$
6. Знайти суму коефіцієнтів, що стоять на непарних місцях, у многочлені $(3x^2 - 3x + 1)^{17}(2x^2 - 2x + 1)^{17}$.
7. Яку мінімальну кількість пострілів треба зробити в грі «Морський бій», щоб точно поранити чотирьохпалубний корабель?
8. Побудуйте паралелограм за основою, висотою, проведеною до цієї основи, і кутом між діагоналями.
9. Довести, що $\tau(n)$ (кількість натуральних дільників числа n) — непарне тоді і тільки тоді, коли n — повний квадрат.
10. На колі обрано 100 точок. Довести, що кількість 57-кутників з вершинами в цих точках дорівнює кількості 43-кутників з вершинами в цих точках.