

Контрольно-тренувальна олімпіада. Корені, нерівність Коші, нерівність трикутника.

1. Доведіть, що сума $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ є цілим числом.
2. Знайдіть найменше значення виразу $x + \frac{1}{4x}$ для додатних x .
3. Доведіть, що $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ для довільних x, y та z .
4. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник. Доведіть, що $AB + CD < AC + BD$.
5. Чи правда, що з довільних десяти відрізків можна вибрати три такі, що з них можна скласти трикутник?

Час виконання — 75 хвилин

Контрольно-тренувальна олімпіада. Корені, нерівність Коші, нерівність трикутника.

1. Доведіть, що сума $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ є цілим числом.
2. Знайдіть найменше значення виразу $x + \frac{1}{4x}$ для додатних x .
3. Доведіть, що $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ для довільних x, y та z .
4. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник. Доведіть, що $AB + CD < AC + BD$.
5. Чи правда, що з довільних десяти відрізків можна вибрати три такі, що з них можна скласти трикутник?

Час виконання — 75 хвилин

Контрольно-тренувальна олімпіада. Корені, нерівність Коші, нерівність трикутника.

1. Доведіть, що сума $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ є цілим числом.
2. Знайдіть найменше значення виразу $x + \frac{1}{4x}$ для додатних x .
3. Доведіть, що $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ для довільних x, y та z .
4. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник. Доведіть, що $AB + CD < AC + BD$.
5. Чи правда, що з довільних десяти відрізків можна вибрати три такі, що з них можна скласти трикутник?

Час виконання — 75 хвилин