

Кінематика в геометрії

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.

А.С. Пушкин

1. На сторонах опуклого чотрикутника $ABCD$ зовнішнім чином побудовно рівнобедрені прямокутні трикутники ABM , BCP , CDQ і DAS (кут, що навпроти сторони — прямий). Довести, що відрізки MQ і SP рівні і перпендикулярні.

Лема. Якщо точки A, B, C на площині рухаються прямолінійно рівномірно (кожна по своїй прямій), і в деякі три моменти вони були колінеарні, то і в будь-який момент часу вони будуть колінеарні. Довести.

2. Сторони AB і CD чотирикутника $ABCD$ перетинаються в точці F , сторони AD і BC — в точці E . Довести, що ортоцентри трикутників ABE , CDE , BCF і AFD колінеарні.
3. На прямих BC, CA, AB взято точки A_1, B_1, C_1 , причому точки A_1, B_1, C_1 — колінеарні. Прямі, симетричні прямим AA_1, BB_1 і CC_1 відносно відповідних бісекстрис трикутника ABC , перетинають прямі BC, CA і AB в точках A_2, B_2 і C_2 . Довести, що точки A_2, B_2, C_2 — колінеарні.