

Контрольно-тренувальна олімпіада. Розфарбування.

1. Зафарбуйте деякі клітинки квадрата 7×7 так, щоб у кожному його рядку і в кожному стовпчику було зафарбовано рівно три клітинки.
2. Дошку 100×100 розбито на 10 000 одиничних квадратиків. Один із них вирізали, так що утворилася дірка. Чи можна решту дошки покрити рівнобедреними прямокутними трикутниками з гіпотенузою завдовжки 2, щоби їхні гіпотенузи йшли вздовж сторін квадратиків, а катети — вздовж діагоналей, і щоби трикутники не перекривали один одного та не звисали з дошки?
3. На великому картатому аркуші замальовали деякі n клітинок. Доведіть, що з них можна вибрати щонайменше $n/4$ клітинок, які не мають ані спільних сторін, ані спільних вершин.

Час виконання — 60 хвилин

Розфарбування. Контрольно-тренувальна олімпіада, домашня частина.

4. Розфарбуйте точки площини так, щоби будь-яка пряма містила точки обох кольорів. Якщо ви зафарбовуєте цілі області, не забудьте розфарбувати їхні межі.
5. Чи можна квадрат 2010×2010 розрізати на прямокутники, кожен з яких має розмір 4×1 ?
6. Кожна сторона рівностороннього трикутника розбита на n рівних частин. Через точки поділу проведено прямі, що паралельні до сторін. У такий спосіб трикутник розбито на n^2 маленьких трикутничків. Назвемо ланцюжком послідовність трикутничків, у якій жоден не з'являється двічі й кожен наступний має спільну сторону з попереднім. Якою є максимальна можлива кількість трикутничків у ланцюжку?

Контрольно-тренувальна олімпіада. Розфарбування.

1. Зафарбуйте деякі клітинки квадрата 7×7 так, щоб у кожному його рядку і в кожному стовпчику було зафарбовано рівно три клітинки.
2. Дошку 100×100 розбито на 10 000 одиничних квадратиків. Один із них вирізали, так що утворилася дірка. Чи можна решту дошки покрити рівнобедреними прямокутними трикутниками з гіпотенузою завдовжки 2, щоби їхні гіпотенузи йшли вздовж сторін квадратиків, а катети — вздовж діагоналей, і щоби трикутники не перекривали один одного та не звисали з дошки?
3. На великому картатому аркуші замальовали деякі n клітинок. Доведіть, що з них можна вибрати щонайменше $n/4$ клітинок, які не мають ані спільних сторін, ані спільних вершин.

Час виконання — 60 хвилин

Розфарбування. Контрольно-тренувальна олімпіада, домашня частина.

4. Розфарбуйте точки площини так, щоби будь-яка пряма містила точки обох кольорів. Якщо ви зафарбовуєте цілі області, не забудьте розфарбувати їхні межі.
5. Чи можна квадрат 2010×2010 розрізати на прямокутники, кожен з яких має розмір 4×1 ?
6. Кожна сторона рівностороннього трикутника розбита на n рівних частин. Через точки поділу проведено прямі, що паралельні до сторін. У такий спосіб трикутник розбито на n^2 маленьких трикутничків. Назвемо ланцюжком послідовність трикутничків, у якій жоден не з'являється двічі й кожен наступний має спільну сторону з попереднім. Якою є максимальна можлива кількість трикутничків у ланцюжку?