

Заняття 10.05.2011, Технічний ліцей, 10-й клас. Повторення геометричних тем.

1. З допомогою циркуля та лінійки побудуйте медіану, висоту та бісектрису, що виходять із заданої вершини заданого трикутника.
2. Нехай O — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника $ABCD$. Відомо, що площі трикутників AOB та COD однакові. Доведіть, що $ABCD$ — трапеція.
3. Доведіть, що для чотирикутника $ABCD$ справджується нерівність: $S_{ABCD} \leq \frac{AB \cdot BC + AD \cdot DC}{2}$.
4. Доведіть, що якщо сторона a більша за сторону b трикутника, то медіана та висота, проведені до сторони a , менші відповідно за медіану та висоту, проведені до сторони b .
5. Нехай a, b, c — сторони деякого трикутника. Доведіть, що $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$. Чи справджується ця нерівність для довільної трійки додатних чисел?