

## Особиста усна олімпіада, середня ліга

### Довивід

1. Є натуральне число  $p$  таке, що числа  $p^2 + 4$ ,  $3p^2 - 2$  і  $2p^2 - 1$  – прості. Доведіть, що  $p$  – складене.
  2. Правильний трикутник зі стороною 3 поділили на дев'ять правильних трикутників зі стороною 1 (кожну сторону поділили на три рівні частини та з'єднали відповідні точки). У кожній вершині цих трикутників написали число. Виявилось, що суми чисел у протилежних вершинах будь-якого ромба, складеного з двох трикутників, рівні. Відомо, що у вершинах великого трикутника знаходяться числа  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Чому дорівнює сума усіх написаних чисел?
  3. На дошці написано  $*** \cdot *** \cdot *** \cdot ***$ . Настя з Владом грають в таку гру: Настя називає ненульову цифру, а Влад ставить її замість однієї з зірочок. Влад хоче, щоб після 12 пар ходів добуток чотирьох отриманих трьохзначних чисел ділився на 9. Чи зможе він цього добитися?
  4. Кола  $\omega_1$  і  $\omega_2$  перетинаються в точках  $A$  і  $B$ . Хорда  $BC$  кола  $\omega_1$  перетинає  $\omega_2$  в точці  $E$  відмінній від  $B$ , а хорда  $BD$  кола  $\omega_2$  перетинає  $\omega_1$  в точці  $F$  відмінній від  $B$ . Відомо, що  $DF = CE$ . Доведіть, що відстані від точки  $A$  до прямих  $BD$  і  $BC$  рівні.
  5. Деякі з клітинок нескінченного клітчатого листа “заміновані” – не більше ніж по одній міні в одній клітинці. У кожну клітинку (включно з замінованими) записали ціле число від 0 до 8, що показує скільки клітинок із 8 її сусідів заміновані. Чи можна розташувати міні так, щоб у кожних двох сусідніх клітинках числа були різні?
- 

## Особиста усна олімпіада, середня ліга

### Довивід

1. Є натуральне число  $p$  таке, що числа  $p^2 + 4$ ,  $3p^2 - 2$  і  $2p^2 - 1$  – прості. Доведіть, що  $p$  – складене.
2. Правильний трикутник зі стороною 3 поділили на дев'ять правильних трикутників зі стороною 1 (кожну сторону поділили на три рівні частини та з'єднали відповідні точки). У кожній вершині цих трикутників написали число. Виявилось, що суми чисел у протилежних вершинах будь-якого ромба, складеного з двох трикутників, рівні. Відомо, що у вершинах великого трикутника знаходяться числа  $a$ ,  $b$  і  $c$ . Чому дорівнює сума усіх написаних чисел?
3. На дошці написано  $*** \cdot *** \cdot *** \cdot ***$ . Настя з Владом грають в таку гру: Настя називає ненульову цифру, а Влад ставить її замість однієї з зірочок. Влад хоче, щоб після 12 пар ходів добуток чотирьох отриманих трьохзначних чисел ділився на 9. Чи зможе він цього добитися?
4. Кола  $\omega_1$  і  $\omega_2$  перетинаються в точках  $A$  і  $B$ . Хорда  $BC$  кола  $\omega_1$  перетинає  $\omega_2$  в точці  $E$  відмінній від  $B$ , а хорда  $BD$  кола  $\omega_2$  перетинає  $\omega_1$  в точці  $F$  відмінній від  $B$ . Відомо, що  $DF = CE$ . Доведіть, що відстані від точки  $A$  до прямих  $BD$  і  $BC$  рівні.
5. Деякі з клітинок нескінченного клітчатого листа “заміновані” – не більше ніж по одній міні в одній клітинці. У кожну клітинку (включно з замінованими) записали ціле число від 0 до 8, що показує скільки клітинок із 8 її сусідів заміновані. Чи можна розташувати міні так, щоб у кожних двох сусідніх клітинках числа були різні?