

Особиста усна олімпіада. Старша ліга. Залік

6. Задано парне натуральне число n . Розглянемо деяке натуральне число N , що має рівно n^2 дільників, більших, ніж 1. Доведіть, що N — четвертий степінь деякого натурального числа.
7. Яку найменшу кількість клітинок необхідно пофарбувати чорним у білому квадраті 300×300 , щоб жодні три чорні клітинки не утворювали кутик, а після зафарбування довільної іншої клітинки ця умова порушувалась.
8. Для додатних x, y, z довести нерівність

$$\sqrt{\frac{x}{x+3y+3z}} + \sqrt{\frac{y}{y+3z+3x}} + \sqrt{\frac{z}{z+3x+3y}} \leq \frac{3}{\sqrt{7}}.$$

Особиста усна олімпіада. Старша ліга. Залік

6. Задано парне натуральне число n . Розглянемо деяке натуральне число N , що має рівно n^2 дільників, більших, ніж 1. Доведіть, що N — четвертий степінь деякого натурального числа.
7. Яку найменшу кількість клітинок необхідно пофарбувати чорним у білому квадраті 300×300 , щоб жодні три чорні клітинки не утворювали кутик, а після зафарбування довільної іншої клітинки ця умова порушувалась.
8. Для додатних x, y, z довести нерівність

$$\sqrt{\frac{x}{x+3y+3z}} + \sqrt{\frac{y}{y+3z+3x}} + \sqrt{\frac{z}{z+3x+3y}} \leq \frac{3}{\sqrt{7}}.$$