

Заняття 7.12.2010, Технічний ліцей, 6-й клас. Принцип Діріхле (продовження).

1. У похід пішли 20 туристів. Найстаршому з них 35 років, а наймолодшому — 20 років. Чи обов'язково серед туристів є однолітки?
2. Покажіть, що серед довільних одинадцяти натуральних чисел є два, різниця яких ділиться на 10.
3. Доведіть, що якщо 21 ліцеїст зібрав 200 горіхів, то є два ліцеїсти, що зібрали горіхів порівну.
4. Яку найбільшу кількість тур можна поставити на шахову дошку (вона має розмір 8×8) так, щоб жодні дві не били одна одну?
5. Яку найбільшу кількість королів можна поставити на шахову дошку (вона має розмір 8×8) так, щоб жодні два не били один одного?
6. У килимі завбільшки 4×4 метри міль зробила 15 дірок (кожна дірка є точкою). Чи завжди можна вирізати килимок завбільшки 1×1 метр, який не містить усередині дірок?
7. У класі 25 учнів. Відомо, що в будь-яких двох дівчат із класу кількість друзів-хлопців із цього класу різна. Яка найбільша кількість дівчат може навчатися в класі?
8. Ліцеїст Андрійко купив 101 різнокольорову повітряну кульку. Доведіть, що з них можна вибрати або 11 кульок одного кольору, або 11 кульок різних кольорів.

Додаткові задачі

1. У клітинках таблиці 3×3 розставлені числа 1, 0 та -1 . Доведіть, що якісь дві із 8 сум по всіх рядках, стовпчиках та двох головних діагоналях будуть рівними.
2. Сто людей сидять за круглим столом, причому більшість із них — чоловіки. Доведіть, що якісь два чоловіка сидять один навпроти одного.
3. Доведіть, що в будь-якій компанії з 5 людей є дві людини, що мають у цій компанії однакову кількість знайомих.