

Комплексные числа.

1. Докажите, что для любого комплексного числа w уравнение $x^n = w$ имеет ровно n различных решений в комплексных числах, причем в геометрической интерпретации этим числам будут соответствовать вершины правильного n -угольника.

2. Найдите значение выражения:

$$\frac{1}{\cos \frac{2\pi}{n} + i \sin \frac{2\pi}{n}} + \frac{1}{\cos \frac{4\pi}{n} + i \sin \frac{4\pi}{n}} + \dots + \frac{1}{\cos \frac{2(n-1)\pi}{n} + i \sin \frac{2(n-1)\pi}{n}}$$

3. Запишите основные движения плоскости (поворот, перенос и осевую симметрию) как преобразования комплексных координат. Докажите, что любое движение плоскости в комплексных координатах задается как одно из отображений $z \rightarrow az + b$ или $z \rightarrow a\bar{z} + b$

4. Докажите теорему Безу для многочленов с комплексными коэффициентами.

5. Докажите равенства

а) $Re(a\bar{b}) = Re(\bar{a}b)$

б) $|a + b|^2 - |a - b|^2 = 4Re(a\bar{b})$

в) $|a + b|^2 + |a - b|^2 = 2|a|^2 + 2|b|^2$