

Заняття 30.11.2010, Технічний ліцей, 6-й клас. Принцип Діріхле.

1. У лісі росте мільйон ялинок. Відомо, що на кожній із них не більше за 600 000 голочок. Доведіть, що в лісі можна знайти дві ялинки з однаковою кількістю голочок.
2. А чи завжди можна знайти три ялинки з однаковою кількістю голочок і чи завжди можна знайти дві пари ялинок з однаковою кількістю голочок у кожній парі?
3. Доведіть, що під час будь-якого футбольного матчу серед гравців на полі (їх 22) знайдуться принаймні чотири, які народилися в один і той самий день тижня.
4. Відомо, що в Києві живе 2 800 000 людей. Доведіть, що знайдеться 5000 киян, які святкують день народження в один і той самий день. А чи обов'язково є 5000 киян, які святкують день народження 30 листопада?
5. У мішку лежать кульки двох кольорів: чорного та білого. Яку найменшу кількість куль треба наосліп дістати з мішка, щоб серед них точно були три кульки однакового кольору?
6. Чи можна розкласти 44 кульки на 9 купок так, щоби кількості кульок у різних купках були різними?
7. Покажіть, що серед довільних шести натуральних чисел є два, різниця яких ділиться на 5. Чи залишиться твердження правильним, якщо замість різниці брати суму?
8. У килимі завбільшки 4×4 метри міль зробила 15 дірок (кожна дірка є точкою). Чи завжди можна вирізати килимок завбільшки 1×1 метр, який не містить усередині дірок?
9. Яку найбільшу кількість королів можна поставити на шахову дошку (вона має розмір 8×8) так, щоб жодні два не били один одного?

Додаткові задачі

1. У похід пішли 20 туристів. Найстаршому з них 35 років, а наймолодшому — 20 років. Чи обов'язково серед туристів є однолітки?
2. У класі навчаються 25 учнів. Доведіть, що знайдуться троє учнів, які народилися в один і той самий місяць. Чи залишиться твердження правильним, якщо один з учнів піде з класу?
3. Доведіть, що якщо 21 ліцеїст зібрав 200 горіхів, то є два ліцеїсти, що зібрали горіхів порівну.
4. Яку найбільшу кількість тур можна поставити на шахову дошку (вона має розмір 8×8) так, щоб жодні дві не били одна одну?