

Домашня робота 9-ий клас

1. Кожному з 35 учнів дали на вибір розв'язати одну з 17 задач. Чи правда, що серед них завжди знайдуться троє, які розв'язували одну і ту ж задачу?
2. Чи можна 60 монет розкласти по 12 гаманцям так, щоб будь-які два з них містили різну кількість монет?
3. Чи правда, що серед будь-яких семи натуральних чисел знайдуться три, сума яких ділиться на 3?
4. Є 12 різних двоцифрових натуральних чисел. Довести, що з них можна вибрати два числа, різниця яких — двоцифрове число, яке записується двома однаковими цифрами.
5. За п'ять років навчання студент здав 31 екзамен, причому в кожному наступному році він здавав екзаменів більше, ніж в попередньому. На п'ятому курсі екзаменів було втричі більше, ніж на першому. Скільки екзаменів було на четвертому курсі?
6. У класі 25 учнів. Відомо, що серед будь-яких трьох учнів є двоє друзів. Довести, що є учень, у якого не менше 12 друзів.
7. У квадраті 4×4 намальовано 15 точок. Довести, що з квадрата можна вирізати квадратик 1×1 , який не буде містити всередині жодної точки.
8. На площині дано 5 точок з цілими координатами. Довести, що середина одного з відрізків, що з'єднують ці точки, також буде мати цілі координати.
9. Яку найбільшу кількість прямокутників 1×4 можна розмістити в квадраті 6×6 ?
10. Із звичайної шахової дошки 8×8 вирізали клітинки $c5$ і $g2$. Чи можна замостити ту частину дошки, що залишилася, доміношками 1×2 ? Те ж саме питання, якщо вирізали клітинки $c6$ і $g2$.
11. Дошка розміром 8×8 розрізана на доміношки 1×2 . Довести, що кількість горизонтальних доміношок парна.
12. Чи можна розфарбувати в два кольори клітинки квадрата 7×7 так, щоб кожна клітинка межувала (по стороні) рівно з двома клітинками іншого кольору?
13. З аркуша клітчастого паперу розміром 29×29 вирізали 99 квадратиків 2×2 (ріжуть по лініям). Довести, що з решти клітинок можна вирізати ще хоча б один такий квадратик.
14. Чи можна розставити на шахівниці 32 коня так, щоб кожен з них бив рівно двох інших?
15. В шаховому турнірі беруть участь 15 чоловік. Чи може так трапитися, що в деякий момент часу кожний з них зіграв рівно 7 партій?
16. Чи може в країні, у якій з кожного міста виходить 3 дороги, бути рівно 100 доріг?
17. У класі 27 учнів. Кожний хлопчик дружить з 4 дівчинками, а кожна дівчинка — з 5 хлопчиками. Скільки у класі хлопчиків і дівчаток?
18. Чи можна намалювати на площині 9 відрізків так, щоб кожен перетинався рівно з трьома іншими?