

Алгебра+ТЧ

1. $a^2 - b^2 = c^2 - d^2 = 2004$, $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Довести: $m = 2(a+b)(c+d)(ac+bd-2004)$ - квадрат цілого числа.
2. $a, b, c \in \mathbb{Z}$ $a+b+c=1$. Довести: $(a+bc)(b+ac)(c+ab) = d^2$, де $d \in \mathbb{Z}$.
3. $(x^2+1)(y^2+1)+2(x-y)(1-xy) = 4(x+y)$. Знайти всі розв'язки $x, y \in \mathbb{Z}$.
4. $x^3 + y^3 = (x+y)^2$. Знайти всі $x, y \in \mathbb{Z}$.
5. $a = a^2 + b^2 - 8b - 2ab + 16$. Довести: a - точний квадрат, якщо a, b - цілі.
6. $x(x+1) = y(y+1)(y^2+1)$. Знайти $x, y \in \mathbb{N}$.
7. $k^2 - m^2 - n^2 = 2(m-n)(k-m+n)$, $m, n, k \in \mathbb{Z}$. Довести: $2mn$ - точний квадрат.
8. x, y - додатні. Відомо $x + \sqrt{y}$, $y + \sqrt{x}$, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ - цілі. Доведіть, що тоді x, y - також цілі.