

Домашнее задание 23.11.14

1. Припустимо, що $f(x) + f(2x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$. Чи впливає з цього те, що $f(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$?

2. Доведіть, що

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{x^2/2} = 1.$$

3. Знайдіть

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx};$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1};$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 2} \right)^{x^2};$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}.$$

4. Знайдіть

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln x - \ln a}{x - a}$$

і скажіть чому дорівнює $(\ln x)'$ в точці a .

5. Згадайте тригонометричні формули і знайдіть $(\cos x)'$.

6. Функція $f : [a; b] \rightarrow \mathbb{R}$ має похідну на $(a; b)$ і задовольняє рівності

$$f(b)^2 - f(a)^2 = b^2 - a^2.$$

Доведіть, що рівняння

$$f(x)f'(x) = x$$

має хоча б один корінь на $(a; b)$.

Почитайте в википедии про замечательные пределы.