

## Три нерівності в домашній, не рахуючи систему

Я люблю роботу, вона зачаровує мене. Я можу сидіти і дивитися на неї годинами.

*Джером К. Джером*

1. Для додатних чисел  $a, b, c$  довести нерівність

$$\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{c+a}{c^2+a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

2. Нехай  $a, b, c$  — сторони деякого трикутника. Довести нерівність

$$\frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} + \frac{1}{a+b-c} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

3. Для додатних чисел  $a, b, c, x, y, z$  довести нерівність

$$\sqrt[3]{(a+x)(b+y)(c+z)} \geq \sqrt[3]{abc} + \sqrt[3]{xyz}.$$

4. Розв'язати систему рівнянь в дійсних числах

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3. \end{cases}$$