

# Раскраски и вокруг

Хилько Данил dkhilko@ukr.net

Все разрезания в задачах можно делать только по линиям сетки (это значит, что нельзя разрезать квадратики  $1 \times 1$ .) Перед решением задач разобратесь в задаче 7 тестовой подборки.

Фигурки, которые понадобятся:



1. Из доски  $8 \times 8$  вырезали верхнюю левую и нижнюю правую клетки. Можно ли оставшуюся фигуру из 62 клеточек разрезать на фигурки  $1 \times 2$ ?
2. Можно ли разрезать доску  $8 \times 8$  на фигурки болотного цвета с рисунка (самая правая в нижнем ряду)?
3. Можно ли разрезать квадрат  $5 \times 5$  на прямоугольники двух видов:  $1 \times 4$  и  $1 \times 3$  так, чтобы получилось 7 прямоугольников?
4. Разрежьте квадрат  $6 \times 6$  на трёхклеточные уголки так, чтобы никакие два уголка не образовывали прямоугольник  $2 \times 3$ .
5. Квадрат  $8 \times 8$  распилили на квадраты  $2 \times 2$  и прямоугольники  $1 \times 4$ . При этом общая длина распилов оказалась равна 54. Сколько фигурок каждого вида получилось?
6. Можно ли разрезать квадрат  $10 \times 10$  на голубые фигурки с рисунка? (слева в верхнем ряду).
7. Из доски размером  $8 \times 8$  вырезали центральный квадрат размером  $2 \times 2$ . Можно ли оставшуюся часть доски разрезать на голубые фигурки с рисунка?
8. Можно ли из 18 доминошек размера  $1 \times 2$  выложить квадрат  $6 \times 6$  так, чтобы при этом не получалось ни одного прямого "шва соединяющего противоположные стороны квадрата и идущего по краям плиток?
9. В квадрате  $7 \times 7$  клеток размещено 16 прямоугольничков  $1 \times 3$  и один квадратик  $1 \times 1$ . Докажите, что  $1 \times 1$  либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.
10. Доска  $2016 \times 2017$  покрыта доминошками  $2 \times 1$ ; некоторые из них лежат горизонтально, некоторые — вертикально. Докажите, что граница горизонтальных доминошек с вертикальными имеет чётную длину.
11. Прямоугольная доска выложена фигурками размером  $2 \times 2$  и  $1 \times 4$ . Хулиган Данил стащил одну фигурку  $2 \times 2$ . Вместо неё он положил фигурку  $1 \times 4$ . Докажите, что теперь выложить доску фигурками, которые есть в распоряжении, не удастся.