

## Комплексні числа в геометрії. Частина 3 (заключна)

1. **Теорема Помпейю.** На більшій дузі  $BC$  описаного кола рівностороннього трикутника  $ABC$  взята точка  $M$ . Довести, що  $MA = MB + MC$ .
2. На сторонах трикутника  $ABC$  зовнішнім чином побудовані правильні трикутники  $BCA_1$ ,  $CAB_1$ ,  $ABC_1$ . Довести, що центри цих трикутників є вершинами рівностороннього трикутника.
3. Дано правильний трикутник  $ABC$ . На прямій  $BC$  взята довільна точка  $D$ , а на прямій  $AB$  — точка  $E$  так, що  $AE = BD$  і  $\angle(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AE}) = 60^\circ$ . Довести, що  $EC = ED$ .
4. На сторонах  $AB$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  зовнішнім чином побудовані квадрати  $ABMN$  і  $BCPQ$ . Довести, що центри цих квадратів і середини відрізків  $MQ$  і  $AC$  утворюють квадрат.
5. На сторонах  $AB$  і  $AD$  паралелограма  $ABCD$  зовнішнім чином побудовані правильні трикутники  $ABM$  і  $ADN$ . Доведіть, що трикутник  $MNC$  правильний.
6. Точка  $C_1$  є образом вершини  $C$  трикутника  $ABC$  при повороті на кут  $90^\circ$  відносно точки  $A$ , а точка  $C_2$  — образ точки  $C$  при повороті на  $-90^\circ$  навколо точки  $B$ . Довести, що прямі  $AC_2$ ,  $BC_1$  перетинаються на прямій, яка містить висоту трикутника, опущену з  $C$ .