

# Інваріант

Якщо життя не змінюється на краще, почекай — воно зміниться на гірше.

## Трохи усних задач:

1. Чи можна 25 шведських крон розмінати десятима купюрами по 1, 3 і 5 крон?
2. Добуток 22 цілих чисел дорівнює 1. Довести, що їх сума не дорівнює 0.
3. У таблиці  $m \times n$  розставлені числа так, що сума чисел у будь-якому рядку чи стовпчику дорівнює 1. Довести, що  $m = n$ .

## Пристойні задачі:

1. Розмінний автомат міняє одну монету на п'ять інших. Чи можна за допомогою нього з однієї монети одержати 26?
2. Перший член послідовності дорівнює 1, а кожен наступний, починаючи з другого, дорівнює сумі попереднього члена і його сумі цифр. (Тобто: 1, 2, 4, 8, 16, 23, ...). Чи може в цій послідовності зустрітися число 765432?
3. Є числа 32, 46, 52, 66. За один хід дозволяється написати чотири нові числа, замінивши кожне з даних чисел середнім арифметичним трьох інших. Довести, що за декілька таких ходів неможливо одержати набір а) 36, 45, 50, 56; б) 29, 44, 58, 65.
4. На дошці записані числа 1, 2, ..., 125. Дозволяється стерти будь-які два числа і записати замість них остачу від ділення їхньої суми на 11. Після 124 таких операцій на дошці залишилося одне число. Що це за число?
5. Набір  $(b_1, \dots, b_7)$  є перестановкою набору  $(a_1, \dots, a_7)$ . Довести, що число  $(a_1 - b_1) \cdot \dots \cdot (a_7 - b_7)$  — парне.
6. У пробірці знаходяться марсіанські амеби трьох типів: А, В і С. Дві амеби різних типів можуть злитися в одну амебу третього типу. Після декількох таких злиттів у пробірці виявилася одна амеба. Який її тип, якщо спочатку амеб типу А було 20 штук, типу В — 21 штука і типу С — 22 штуки?
7. На острові живуть 13 сірих, 15 рудих і 27 фіолетових хамелеонів. Якщо зустрічаються два хамелеони різного кольору, то вони одночасно міняють свій колір на колір третього. У всіх інших випадках нічого не відбувається. Чи можуть усі хамелеони стати однакового кольору?