

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 16 февраля 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 3 1. Даны 100 чисел. Когда каждое из них увеличили на 1, сумма их квадратов не изменилась. Каждое число ещё раз увеличили на 1. Изменится ли сумма квадратов на этот раз, и если да, то на сколько?
- 4 2. Мама испекла одинаковые с виду пирожки: 7 с капустой, 7 с мясом и один с вишней, и выложила их по кругу на круглое блюдо именно в таком порядке. Потом поставила блюдо в микроволновку подогреть. Оля знает, как лежали пирожки, но не знает, как повернулось блюдо. Она хочет съесть пирожок с вишней, а остальные считает невкусными. Как Оле наверняка добиться этого, надкусив не больше трех невкусных пирожков?
- 4 3. Клетки таблицы 7×5 заполнены числами так, что в каждом прямоугольнике 2×3 (вертикальном или горизонтальном) сумма чисел равна нулю. Заплатив 100 рублей, можно выбрать любую клетку и узнать, какое число в ней записано. Какого наименьшего числа рублей хватит, чтобы наверняка определить сумму всех чисел таблицы?
- 5 4. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка L так, что AL в два раза больше медианы CM . Оказалось, что угол ALC равен 45° . Докажите, что AL и CM перпендикулярны.
- 6 5. На переправу через пролив Босфор выстроилась очередь: первый Али-Баба, за ним 40 разбойников. Лодка одна, в ней могут плыть двое или трое (в одиночку плыть нельзя). Среди плывущих в лодке не должно быть людей, которые не дружат между собой. Смогут ли все они переправиться, если каждые двое рядом стоящих в очереди — друзья, а Али-Баба ещё дружит с разбойником, стоящим через одного от него?

ТРИДЦЯТЬ П'ЯТИЙ ТУРНІР МІСТ

Весняний тур,

8 – 9 класи, базовий варіант, 16 лютого 2014 р.

(Підсумок підбивається за трьома задачами, за якими досягнуто найвищого результату.)

бали задачі

- 3 1. Дано 100 чисел. Після того, як кожне з них збільшили на 1, сума їхніх квадратів не змінилася. Кожне число ще раз збільшили на 1. Чи зміниться сума їхніх квадратів цього разу, і якщо так, то на скільки?
- 4 2. Мама спекла однакові на вигляд пиріжки: 7 з капустою, 7 з м'ясом й один з вишнею, та виклала їх по колу на блюдо саме в цьому порядку. Потім вона поставила блюдо до мікрохвильовки, щоб підігріти. Оля знає, як лежали пиріжки, проте не знає, як повернулося блюдо. Вона хоче з'їсти пиріжок з вишнею (решту вважає несмачними). Як Олі напевно досягти своєї мети, надкусивши не більше трьох несмачних пиріжків?
- 4 3. Клітинки таблиці 7×5 заповнені числами так, що у кожному прямокутнику 2×3 (вертикальному чи горизонтальному) сума чисел дорівнює нулеві. Сплативши 100 рублів, можна обрати довільну клітинку та дізнатися, яке число в ній записане. Якої найменшої грошової суми вистачить, щоб напевне визначити суму всіх чисел у таблиці?
- 5 4. На стороні BC трикутника ABC взято точку L так, що відрізок AL удвічі довший за медіану CM . Виявилось, що кут ALC дорівнює 45° . Доведіть, що AL і CM перпендикулярні.
- 6 5. На переправу через пролив Босфор вишукувалася черга: перший Алі-Баба, за ним 40 розбійників. Є лише один човен, у якому можуть плисти двоє або троє (самому плисти не можна). Серед тих, хто пливе в човні, не має бути людей, які не дружать. Відомо, що кожні двоє розбійників, що стоять поруч у черзі, є друзями, й Алі-Баба дружить з першими двома розбійниками у черзі. Чи зможуть Алі-Баба та сорок розбійників усі переправитися?

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 16 февраля 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 4 1. У Чебурашки есть набор из 36 камней массами 1 г, 2 г, ..., 36 г, а у Шапокляк есть суперклей, одной каплей которого можно склеить два камня в один (соответственно, можно склеить 3 камня двумя каплями и так далее). Шапокляк хочет склеить камни так, чтобы Чебурашка не смог из получившегося набора выбрать один или несколько камней общей массой 37 г. Какого наименьшего количества капель клея ей хватит, чтобы осуществить задуманное?
- 4 2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны. На сторонах AD и CD отмечены соответственно точки M и N так, что углы ABN и CBM прямые. Докажите, что прямые AC и MN параллельны.
- 5 3. На переправу через пролив Босфор выстроилась очередь: первый Али-Баба, за ним 40 разбойников. Лодка одна, в ней могут плыть двое или трое (в одиночку плыть нельзя). Среди плывущих в лодке не должно быть людей, которые не дружат между собой. Смогут ли все они переправиться, если каждые двое рядом стоящих в очереди — друзья, а Али-Баба ещё дружит с разбойником, стоящим через одного от него?
- 5 4. Натуральные числа a, b, c, d попарно взаимно просты и удовлетворяют равенству
$$ab + cd = ac - 10bd.$$
Докажите, что среди них найдутся три числа, одно из которых равно сумме двух других.
- 5 5. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Пешеход Петя выходит из вершины A , идёт по стороне AB и далее по контуру четырёхугольника. Пешеход Вася выходит из вершины A одновременно с Петей, идёт по диагонали AC и одновременно с Петей приходит в C . Пешеход Толя выходит из вершины B в тот момент, когда её проходит Петя, идёт по диагонали BD и одновременно с Петей приходит в D . Скорости пешеходов постоянны. Могли ли Вася и Толя прийти в точку пересечения диагоналей O одновременно?

ТРИДЦЯТЬ П'ЯТИЙ ТУРНІР МІСТ

Весняний тур,

10 – 11 класи, базовий варіант, 16 лютого 2014 р.

(Підсумок підбивається за трьома задачами, за якими досягнуто найвищого результату.)

бали задачі

- 4 1. В Чебурашки є набір з 36 каменів масами 1 г, 2 г, ..., 36 г, а в Шапокляк є суперклей, однією краплиною якого можна склеїти два камені в один (відповідно, можна склеїти три камені двома краплинами тощо). Шапокляк хоче склеїти камені таким чином, щоб Чебурашка не зміг з отриманого набору вибрати один чи декілька каменів загальною масою 37 г. Якої найменшої кількості краплин клею їй вистачить, щоб здійснити свій задум?
- 4 2. В опуклому чотирикутнику $ABCD$ діагоналі перпендикулярні. На сторонах AD і CD відмічено відповідно точки M і N так, що кути ABN і CBM прямі. Доведіть, що прямі AC і MN паралельні.
- 5 3. На переправу через пролив Босфор вишукувалася черга: перший Алі-Баба, за ним 40 розбійників. Є лише один човен, у якому можуть плисти двоє або троє (самому плисти не можна). Серед тих, хто пливе в човні, не має бути людей, які не дружать. Відомо, що кожен двоє розбійників, що стоять поруч у черзі, є друзями, й Алі-Баба дружить з першими двома розбійниками у черзі. Чи зможуть Алі-Баба та сорок розбійників усі переправитися?
- 5 4. Натуральні числа a, b, c, d попарно взаємно прості та задовольняють рівність
$$ab + cd = ac - 10bd.$$
 Доведіть, що серед них знайдуться три числа, одне з яких дорівнює сумі двох інших.
- 5 5. Дано опуклий чотирикутник $ABCD$. Пішохід Петро виходить з вершини A , іде по стороні AB і далі по контуру чотирикутника. Пішохід Вася виходить з вершини A одночасно з Петром, іде по діагоналі AC й одночасно з Петром приходить у C . Пішохід Толя виходить з вершини B у ту саму мить, коли її минає Петро, іде по діагоналі BD й одночасно з Петром приходить у D . Швидкості пішоходів стали. Чи можуть Вася і Толя прийти у точку перетину діагоналей O одночасно?