

Вписані чотирикутники

«Я займаюся геометрією спокійно і в тиші. А оскільки мене ніхто не квапить, то працюю я більше для свого задоволення, ніж для потреби. . . »

Лагранж

1. На сторонах OA і OB прямого кута OAB обрано точки M і N . На відрізку MN побудували квадрат так, щоб точка O йому не належала. Знайти геометричне місце центрів таких квадратів (міняються лише точки M і N).
2. На колі обрано хорду AB і точку P . Нехай точка Q — проекція P на AB , точки R, S — проекції P на дотичні, проведені через точки A і B до кола. Доведіть, що $PQ^2 = PR \cdot PS$.
3. Всередині прямокутника $ABCD$ обрано таку точку P , що $\angle APD + \angle BPC = 180^\circ$. Знайти суму $\angle DAP$ і $\angle BCP$.
4. В трикутнику ABC , $\angle A = 60^\circ$, бісектриси BB_1 і CC_1 перетинаються в точці I . Довести, що $IB_1 = IC_1$.