

# Діофантові<sup>1</sup> рівняння

Бог створив натуральні числа, усе інше створила людина.

Леопольд Кронекер

1. Розв'язати рівняння в цілих числах:

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| i) $12x + 5 = y^2$ ;       | vii) $x^2 + 5y^4 = 112233$ ;                     |
| ii) $3x^2 - 2x - 17 = 0$ ; | viii) $35x^4 + 24y^3 = 100000$ ;                 |
| iii) $2x^2 + 3x - 2 = 0$ ; | ix) $x^3 + 117y^3 = 5$ ;                         |
| iv) $8x^3 - 13y^3 = 17$ ;  | x) $-x^2 + 7y + 6 = 0$ ;                         |
| v) $x^8 + y^6 = 1122$ ;    | xi) $x^2 + y^2 + z^2 = 2011$ ;                   |
| vi) $x^2 + 3y^2 = 4617$ ;  | xii) $x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_{14}^4 = 1999$ . |

*Я сподіваюся, вам набридло перебирати модулі? Зараз буде трохи цікавіше. В усіх наступних завданнях потрібно розв'язати рівняння. Вкінці вказано, які обмеження накладаються на змінні.*

- $x^2 - y^2 = 2011$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $x^2 + xy - 2y = 8$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $(x^2 + 1)(y^2 + 1) + 2(x - y)(1 - xy) = 4(1 + xy)$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $x - y^4 = 4$ , де  $y \in \mathbb{N}$ ,  $x$  — просте.
- $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$  в  $\mathbb{Z}^+$ .
- $x^2(y - 1) + y^2(x - 1) = 1$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $x^3 + y^3 = (x + y)^2$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$  в  $\mathbb{Z}$ .
- $x(x + 1)(x + 7)(x + 8) = y^2$  в  $\mathbb{N}$ .

---

<sup>1</sup>Діофант Александрійський — давньогрецький математик, що жив ймовірно за все в 3 ст. н.е. І вже тоді усі ці рівняння він робив на раз плюнути.