

# Геома

1. В трикутнику  $ABC$  з кутом  $\angle B = 60$ , проведена бісектриса  $CL$ . Нехай  $I$  - центр вписаного кола в трикутник  $ABC$ . Описане коло трикутника  $ALI$  перетинає сторону  $AC$  в точці  $D$ . Доведіть,  $B, L, D, C$  - на одному колі.
2. Є рівносторонній трикутник  $ABC$ . На сторонах  $AB, AC$  і  $BC$  вибрані точки  $X, Y, Z$  так, що  $BZ = 2AY$  і  $\angle XYZ = 90$ . Довести:  $AX + CZ = XZ$ .
3. Є трикутник  $ABC$ . На сторонах  $AB, AC, BC$  вибрані точки  $D, E, F$  так, що  $BF = 2CF$ ,  $CE = 2AE$ ,  $\angle DEF = 90$ . Доведіть:  $\angle ADE = \angle EDF$ .
4. В трикутнику  $ABC$  на сторонах  $AB, BC, AC$  вибрані точки  $K, L, M$  відповідно так, що  $\angle BLK = \angle CLM = \angle BAC$ . Відрізки  $BM$  і  $CK$  перетинаються в точці  $P$ . Доведіть:  $AKPM$  - вписаний.
5. Нехай  $AE$  і  $CD$  - висоти гострокутного трикутника  $ABC$ . Бісектриса кута  $B$  перетинає відрізок  $DE$  в точці  $F$ . На відрізках  $AE$  та  $CD$  взяли точки  $P$  і  $Q$  відповідно, що  $ADFQ$  і  $CEFP$  - вписані. Доведіть  $AP = CQ$ .