

Заняття 15.03.2011, Технічний ліцей, 10-й клас. Різні геометричні задачі.

1. Чи існує чотирикутник, тангенси всіх внутрішніх кутів якого однакові?
2. Трикутник має площу 1. Доведіть, що довжина його середньої за довжиною сторони не менша за $\sqrt{2}$.
3. Чи існує а) обмежена; б) необмежена фігура на площині, що серед своїх осей симетрії має дві паралельні прямі, що не збігаються?
4. Нехай O — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника $ABCD$. Відомо, що площі трикутників AOB та COD однакові. Доведіть, що $ABCD$ — трапеція.
5. Нехай O — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника $ABCD$. Доведіть, що якщо периметри трикутників ABO , BCO , CDO та DAO однакові, то $ABCD$ — ромб.
6. Нехай $ABCD$ — опуклий чотирикутник. Середини сторін AB та CD позначимо відповідно як K та M , точку перетину AM і DK — як O , точку перетину BM і CK — як P . Довести, що площа чотирикутника $МОКР$ дорівнює сумі площ трикутників AOD та BPC .