

Мала теорема Ферма,

а тому й мало задач:

Мала теорема Ферма. Якщо p — просте число і $(x, p) = 1$, то

$$x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

1. Нехай p — просте і $(a, p) = 1$. Довести, що серед чисел $a, 2a, \dots, (p-1)a$ немає однакових лишків за модулем p . (Тобто усі ті числа дають різні остачі при діленні на p).
2. Відомо, що $17 \nmid n$. Довести, що тоді $n^8 + 1 : 17$ або $n^8 - 1 : 17$.
3. Відомо, що $a^{12} + b^{12} + c^{12} + d^{12} + e^{12} + f^{12} : 13$. Довести, що $abcdef : 13$.
4. Довести, що число $30^{239} + 239^{30}$ — складене.
5. Довести, що якщо $x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}$, де p — непарне просте число, то

$$p \equiv 1 \pmod{4}.$$

І не забувайте про біном Ньютона!