

Командна олімпіада, молодша ліга.

1. Знаменники двох нескоротних дробів дорівнюють 600 та 700. Знайдіть найменше можливе значення знаменника суми цих дробів.
2. Задані дійсні числа $a, b, c, d > 0$ та $e, f, g, h < 0$. Доведіть, що всі нерівності $ae + bc > 0$, $ef + cg > 0$, $fd + gh > 0$, $da + hb > 0$ не можуть виконуватися одночасно.
3. Натуральні числа a і b такі, що $a^2 + ab + 1$ ділиться на $b^2 + ba + 1$. Доведіть, що $a = b$.
4. Червоні, сині та зелені діти встали у коло. Коли вчителька попросила підняти руку червоних дітей, поруч з якими стоїть зелена дитина, руку підняло 20 дітей. А коли вона попросила підняти руку синіх дітей, поруч з якими стоїть зелена дитина, руку підняло 25 дітей. Доведіть, що поруч з деякою дитиною, що піднімала руку, стоїть дві зелені дитини.
5. На вечірку прийшло $2n$ людей, у кожного з яких серед присутніх є хоча б n знайомих. Доведіть, що з них можна обрати четверо людей і розсадити їх за круглий стіл так, що при цьому кожен був би знайомий з обома своїми сусідами.
6. На площині проведено 102 прямі і відмічено всі точки їх перетину. Чи можливо, що якомусь колу будуть належати 103 відмічені точки?
7. a, b, c – натуральні числа, такі що a^3 ділиться на b , b^3 ділиться на c , c^3 ділиться на a . Доведіть, що $(a + b + c)^{13}$ ділиться на abc .
8. У трикутнику ABC виконується рівність $BC = 2AC$. На стороні BC обрана така точка D , що $\angle CAD = \angle CBA$. Пряма AD перетинає бісектрису зовнішнього кута C в точці E . Доведіть, що $AE = AB$.

Командна олімпіада, молодша ліга.

1. Знаменники двох нескоротних дробів дорівнюють 600 та 700. Знайдіть найменше можливе значення знаменника суми цих дробів.
2. Задані дійсні числа $a, b, c, d > 0$ та $e, f, g, h < 0$. Доведіть, що всі нерівності $ae + bc > 0$, $ef + cg > 0$, $fd + gh > 0$, $da + hb > 0$ не можуть виконуватися одночасно.
3. Натуральні числа a і b такі, що $a^2 + ab + 1$ ділиться на $b^2 + ba + 1$. Доведіть, що $a = b$.
4. Червоні, сині та зелені діти встали у коло. Коли вчителька попросила підняти руку червоних дітей, поруч з якими стоїть зелена дитина, руку підняло 20 дітей. А коли вона попросила підняти руку синіх дітей, поруч з якими стоїть зелена дитина, руку підняло 25 дітей. Доведіть, що поруч з деякою дитиною, що піднімала руку, стоїть дві зелені дитини.
5. На вечірку прийшло $2n$ людей, у кожного з яких серед присутніх є хоча б n знайомих. Доведіть, що з них можна обрати четверо людей і розсадити їх за круглий стіл так, що при цьому кожен був би знайомий з обома своїми сусідами.
6. На площині проведено 102 прямі і відмічено всі точки їх перетину. Чи можливо, що якомусь колу будуть належати 103 відмічені точки?
7. a, b, c – натуральні числа, такі що a^3 ділиться на b , b^3 ділиться на c , c^3 ділиться на a . Доведіть, що $(a + b + c)^{13}$ ділиться на abc .
8. У трикутнику ABC виконується рівність $BC = 2AC$. На стороні BC обрана така точка D , що $\angle CAD = \angle CBA$. Пряма AD перетинає бісектрису зовнішнього кута C в точці E . Доведіть, що $AE = AB$.