

1. Дан четырехугольник $ABCD$. Прямые AB и CD пересекаются в точке E , AD и BC – в F . Докажите, что ортоцентры треугольников FAB , FCD , EAD и ECB лежат на одной прямой.
2. Пусть AB – общая внешняя касательная к окружностям Γ_1 и Γ_2 (точка A лежит на Γ_1), C – точка пересечения этих окружностей. Перпендикуляр из B на AC пересекает прямую, проходящую через центры Γ_1 и Γ_2 , в точке D . Докажите, что угол BDC прямой.
3. К окружностям Γ_1 и Γ_2 провели общую внешнюю касательную AB и общую внутреннюю касательную CD (A и C лежат на Γ_1). Докажите, что точка пересечения AC и BD лежит на прямой, которая проходит через центры Γ_1 и Γ_2 .
4. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне AD выбрана точка X таким образом, что $\angle XCD = \angle BCA$. Прямые CX и AB пересеклись в точке Y . Точка O — центр описанной окружности треугольника AXY . Докажите, что прямая CO перпендикулярна прямой BD .