

Теорема Ферма і Ейлера

Теорема Ейлера. Якщо $(a, m) = 1$, то $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$.

1. Обчислити $\varphi(208^208)$.
2. Яку остачу при діленні на 85 дає число $13^{13^{13}} + 16^{16^{16}}$?
3. Яку остачу при діленні на 125 дає число $3^{104} + 5^{102}$?
4. Довести, що для усіх $k \in \mathbb{N}$ існує $n \in \mathbb{N}$ таке, що $2^n - 1$ має принаймні k простих дільників.
5. Чи буде простим число $257^{1092} + 1092$?
6. Довести, що для будь-якого простого p існує нескінченна кількість чисел виду $2^n - n$, що діляться на p .
7. Довести, що число $2^{3^n} + 1$ ділиться на 3^{n+1} і не ділиться на 3^{n+2} .
8. Довести, що для будь-якого натурально числа t існує таке натуральне число n , що $s(n) = t$ і $t \mid n$. ($s(n)$ — сума цифр числа n).